

№3, Р 10-65

написан  
декабрь 1958г.

МОСКОВСКИЙ

Храмцов  
биз-ка  
и.и. Ленина ·  
ОРДЕНА ЛЕНИНА и ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА.

Механико-математический факультет

На правах рукописи.

Ершов А.П.

Некоторые вопросы теории алгорифмов, связанные  
с программированием.  
/ Операторные алгорифмы /.

Автореферат диссертации, представленной  
на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук.

1x

Москва - 1958.

10-66

Научный руководитель

профессор А.А. Ляпунов.

5  
11 строк сверху

4 В работе предлагается новый способ формального описания алгорифмов, который, по мнению автора, учитывает многие характерные особенности описания алгорифмов с помощью программ, составляемых для современных автоматических цифровых машин. На базе этого определения можно точно ставить и подвергать математическому рассмотрению многие задачи теоретического программирования. Определяемые алгорифмы получили название "операторных алгорифмов".

4 1.2 Каждый конкретный класс операторных алгорифмов строится, отправляясь от некоторого потенциального бесконечного множества переменных и некоторого списка операций. Переменное изображается словом в некотором алфавите. Для каждого переменного описываются все те конструктивные объекты, которые могут являться значениями этого переменного. Каждая К-местная операция изображается некоторым словом, в котором тем или иным способом выделено К "мест", в которые могут "подставляться" другие слова. Каждая К-местная операция задает для некоторых наборов К конструктивных объектов эффективный способ получения нового конструктивного объекта — результата применения операции.

4 С помощью переменных и операций посредством подстановки строятся выражения, совершенно аналогично тому, как строятся термы в математической логике. Таким образом, выражение — это суперпозиция операций над переменными —

4 17 В работе рассматриваются конструктивные объекты, являющиеся словами в некотором алфавите.

аргументами выражения.

4 Если аргументам выражения придать некоторые значения, то применяя последовательно операции, указанные в выражении, можно для некоторых наборов значений аргументов выражения вычислять значение выражения. (новое определение)

4 Формулой называется слово, имеющее вид равенства, в левой части которого стоит любое выражение, а в правой части - переменное, которое называется выходным переменным данной формулы.

4 Оператором называется любое слово, имеющее вид соединения нескольких формул.

4 Алфавит, в котором записываются переменные и операции, выбирается так, чтобы для любого слова в этом алфавите можно было бы эффективно определить, является ли это слово оператором или нет, и чтобы каждый оператор однозначно расчленялся на однозначно читаемые формулы.

4 Необходимым условием при построении класса операторных алгорифмов является то, чтобы среди рассматриваемых переменных имелись бы переменные, значениями которых были бы слова, являющиеся операторами, а также такие переменные, значения которых суть слова, являющиеся переменными.

4 2.2 Пусть даны переменные и операции. Зададим некоторое слово, которое назовем символом останова. Возьмем произвольные две группы переменных. Переменные из одной группы объявим параметрами и придадим им некоторые фиксированные значения. Среди параметров произвольно

выделим одно переменное, которое назовем началом.  
 Переменные из другой группы объявим функциональными переменными. Любой набор параметров с присвоенными им значениями и выделенным началом и функциональных переменных называется операторным алгорифмом.

4 Выполнению алгорифма предшествует присвоение функциональным переменным произвольных значений, явившихся исходными данными для алгорифма. После выбора исходных данных всякое различие между параметрами и функциональными переменными стирается.

4 Выполнение алгорифма состоит в последовательном преобразовании его области действия - некоторого списка переменных, которым присвоены некоторые значения. В начальный момент область действия алгорифма образована его параметрами и функциональными переменными с теми значениями, которые они имеют в начальный момент.

4 Выполнение алгорифма слагается из следующих актов:

- а/ переход к переменному,
- б/ выполнение оператора,
- в/ естественный останов,
- г/ безрезультатный останов.

4 Безрезультатный останов наступает тогда, когда ни один из предыдущих актов не осуществим.

4 Начальный шаг выполнения алгорифма состоит в переходе к началу. Дальнейшее выполнение алгорифма происходит циклически.

---

1/ Здесь и до конца "алгорифм" означает "операторный алгорифм".

4 Пусть произошел переход к некоторому переменному, входящему в данный момент в область действия алгорифма. Если значение этого переменного не есть оператор, происходит безрезультатный останов. Если же значение этого переменного является оператором, происходит выполнение этого оператора. Выполнение оператора состоит в последовательном вычислении по формулам, его образующим. Вычисление по формуле, состоит в том, что если в данный момент все аргументы выражения в левой части входят в область действия алгорифма и выражение для имеющихся значений аргументов имеет значение, которое может быть значением выходного переменного формулы, то это переменное включается в область действия алгорифма с вычисленным значением. Если выходное переменное уже входит в область действия, то просто его старое значение заменяется новым. Если для какой-либо формулы выполняемого оператора некоторые из перечисленных условий не имеют места, происходит безрезультатный останов.

4 После выполнения оператора исследуют вычисленное значение выходного переменного последней формулы оператора. Если оно равно символу останова, происходит естественный останов, свидетельствующий об окончании выполнения алгорифма. Результатом выполнения алгорифма считаются значения всех переменных, вошедших к этому времени в область действия алгорифма.

Если значение выходного переменного последней формулы является переменным, входящим в

g  
V

данный момент в область действия алгорифма, | происходит переход к этому переменному и т.д. В противном случае происходит безрезультатный останов.

4 3. Если говорить <sup>и о применении и использовании</sup> о понятии операторного алгорифма, то основным содержанием работы является <sup>и</sup> выражение <sup>и</sup> следующего <sup>и</sup> вопроса: каким <sup>и</sup> должен <sup>и</sup> быть список элементарных операций, фигурирующий <sup>и</sup> в определении некоторого класса операторных алгорифмов, чтобы <sup>и</sup> для любого "алгорифма" можно было бы построить эквивалентный <sup>и</sup> ему <sup>и</sup> операторный алгорифм.

7 фм. 2 При этом под "алгорифмом" понимается любое из классических определений эффективно осуществимого процесса, например, либо частично-рекурсивная функция, либо нормальный алгорифм.

4 На этом пути получены следующие результаты. <sup>коэффициенты</sup>

4 Рассмотрим первый класс операторных алгорифмов над <sup>и</sup> на-туральными числами. Переменные делятся на две группы. Значениями <sup>и</sup> первой группы - числовых переменных - являются натуальные числа, значениями второй группы - операторных переменных - являются операторы. Система операций состоит <sup>и</sup> из двух операций: <sup>и</sup> операция прибавления единицы и предикат неравенства.

4 Очевидно, что значение любого числового переменного после выполнения <sup>и</sup> некоторого операторного алгорифма из <sup>и</sup> первого класса можно рассматривать <sup>и</sup> как арифметическую функцию исходных данных этого операторного алгорифма.

4 Имеет место:

4 Теорема 1.1 Любая частично-рекурсивная функция может быть вычислена с помощью <sup>и</sup> некоторого операторного алгорифма. из первого класса.

4 Справедлива также и обратная

4 Теорема 2. Для любой арифметической функции, вычисляемой с помощью операторного алгорифма из первого класса, существует совпадающая с ней частично-рекурсивная функция.

4 При этом, однако, может оказаться, что частично-рекурсивная функция имеет более широкую область определения, чем соответствующая ей функция, вычисляемая операторным алгорифмом.

4 Второй класс операторных алгорифмов образуют алгорифмы в некотором алфавите, содержащем хотя бы две буквы. Переменными являются слова специального вида в данном алфавите. Их значениями являются любые слова в данном алфавите. Операции, с помощью которых строится второй класс операторных алгорифмов, суть следующие: одноместные операции: операция, уничтожающая первую букву непустого слова, а пустое слово переводящая в его же. Кроме этого на каждую букву алфавита приходится по две операции: одна операция приписывает слева к любому слову данную букву, другая операция распознает, начинается ли слово данной буквой или нет.

4 Имеет место

4 Теорема 3. Для любого нормального алгорифма в некотором алфавите существует эквивалентный ему операторный алгорифм из второго класса.

4 Рассматривался также третий класс операторных алгорифмов, отличающийся от второго класса лишь системой операций.

Третий класс содержит всего лишь две двуместные операции: операция соединения двух слов и операция, распознающая, является ли данное слово концом другого слова.

4 Теорема 4. Для любого нормального алгорифма в некотором алфавите существует эквивалентный ему операторный алгорифм

из третьего класса.

4. При доказательстве указанных теорем был получен ряд вспомогательных результатов, могущих представлять самостоятельный интерес.

В частности, в работе рассматривалось представление алгорифмов в виде граф-схем Л.А.Калужнина /1/. Была изучена так называемая функциональная интерпретация граф-схем, при которой операторами действия и распознавателями были операторы в смысле п. 1 автореферата из некоторого класса операторных алгорифмов.

Было доказано, что для любой такой граф-схемы существует эквивалентный ей операторный алгорифм.

При доказательстве теоремы 3 изучалась топологическая структура операторных алгорифмов.

Рассмотрение топологической структуры позволило доказать теорему 2, не прибегая к гёделизации изучаемых объектов.

Точное определение операторных алгорифмов и формулировка основных результатов содержится в работе /2/. Полностью работа содержится в статье /3/.

10-74

- 10 -

Л и т е р а т у р а:

- /1/. Калужнин Л.А. Об алгоритмизации математических задач.  
Сб. "Проблемы кибернетики". вып. 2. / в печати /.
- /2/. Ершов А.П. Об операторных алгорифмах. ДАН, 122, № 6 /1958,
- /3/. Ершов А.П. Операторные алгорифмы 1. /Основные понятия/.  
Сб. "Проблемы кибернетики" вып. 3. / в печати /.

22/ХI-58

Ершов